令和６年度　公立学校教員採用候補者選考試験問題

数　学	１／５枚中

> **注意　答はすべて解答用紙の解答欄に記入すること。**
> **第２問題以降は解法の過程も書くこと。**

第１問題　次の問に答えよ。

問１　$\sqrt{11}$ の小数部分を a とするとき、a^2+6a-6 の式の値を求めよ。

問２　図１のような星形の先端にできる７つの角の和
$\angle a+\angle b+\angle c+\angle d+\angle e+\angle f+\angle g$ の大きさを求めよ。

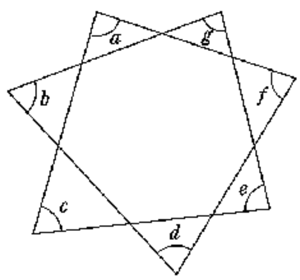

図１

問３　図２のように、東西に５本、南北に６本の道がある。これらの道を通って、最短距離でＡからＢへ行く道順を考える。このとき、次の（１）、（２）に答えよ。

（１）道順は全部で何通りか、求めよ。

（２）図２のＰもＱも通らない道順は全部で何通りか、求めよ。

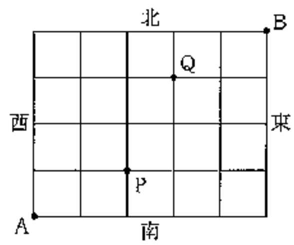

図２

問４　次の（１）、（２）に答えよ。

（１）$2x^2+xy-y^2+4x+y+2$ を因数分解せよ。

（２）$2x^2+xy-y^2+4x+y-7=0$ をみたす整数の組 (x, y) をすべて求めよ。

問５　２次関数 $y=ax^2+4x+(a+3)$ について、y の値が常に負となるように、定数 a の値の範囲を求めよ。

問６　図３のような平行四辺形 OACB において、辺 OA、BC の中点をそれぞれ Q、R、辺 OB を 4：1 に内分する点を S、辺 AC を 2：3 に内分する点を T、線分 QR と ST の交点を P とする。$\overrightarrow{OA}=\vec{a}$、$\overrightarrow{OB}=\vec{b}$ とするとき、$\overrightarrow{OP}$ を $\vec{a}$、$\vec{b}$ を用いて表せ。

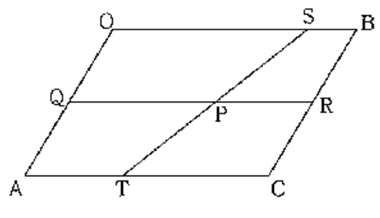

図３

次の第２問題、第３問題、第４問題は受験校種別の問題である。
・中学校・特別支援学校受験者はⅠ［中学校・特別支援学校受験者］を解答すること。
・高等学校受験者はⅡ［高等学校受験者］を解答すること。

Ⅰ［中学校・特別支援学校受験者］

第２問題　次の問に答えよ。

問１　図４で、点Ａの座標は（$-2, 4$）、点Ｂの座標は（$2, 1$）である。このとき、$\angle AOB = 90°$ となることを、中学校第３学年までの学習内容をふまえ、２通りの方法で証明せよ。

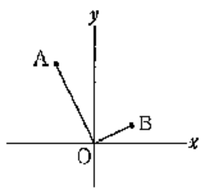

図４

問２　砲丸投げ選手２人の記録をヒストグラムで比較して、代表選手を選ぶことにした。図５は選手Ａと選手Ｂの記録をそれぞれヒストグラムで表したものである。図５のヒストグラムを見て、選手Ｂを代表選手にしたいと言う生徒がいた。その生徒は、両選手の記録のヒストグラムのどのような特徴を根拠に判断していると考えられるか、読みとれることをもとに説明せよ。

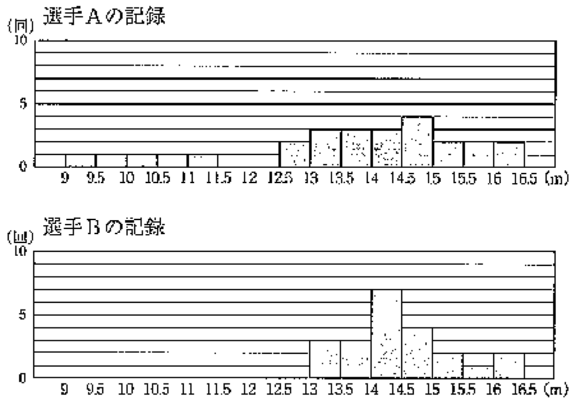

図５

数　学	3／5枚中

Ⅰ［中学校・特別支援学校受験者］

第3問題　図6のように、関数 $y=-\frac{1}{4}x^2$ のグラフと関数 $y=2x-5$ のグラフとの交点を、x の値が小さいほうから順にA、Bとし、関数 $y=-\frac{1}{4}x^2$ のグラフと点Bを通る傾き１の直線との交点をCとするとき、次の問に答えよ。

問１　△ABC の面積を求めよ。

問２　△CAE：△CBE＝3：1 となるように、線分 AB 上に点Eをとるとき、直線 CE の式を求めよ。

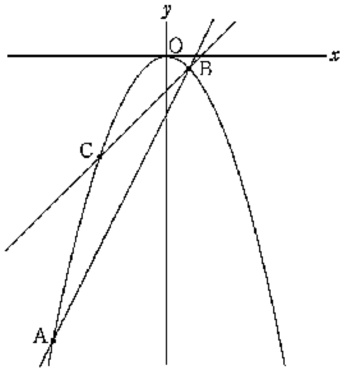

図6

第4問題　次の問に答えよ。

問１　図７のように、∠Cが直角である直角三角形 ABC の頂点Cから辺 AB にひいた垂線と辺 AB との交点をHとする。中学校第３学年の学習内容をふまえ、図７を用いて三平方の定理の証明せよ。ただし、BC＝a、CA＝b、AB＝c とする。

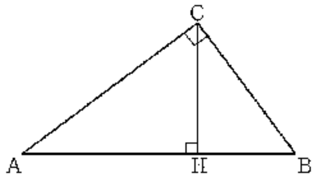

図7

問２　図８は、AB＝26、BC＝17、CA＝25 の△ABC である。このとき、△ABC の面積を求めよ。

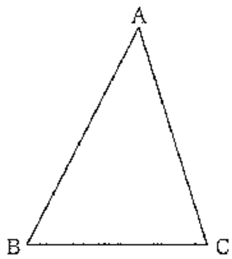

図8

Ⅱ【高等学校受験者】

第2問題　次の問に答えよ。

問1　数学Ⅰで「図形と計量」の学習をしている。図9のように、四角形ABCDにおいて、ACの長さをa、BDの長さをbとする。また、ACとBDの交点をOとし、$\angle \mathrm{AOB}=\theta$とするとき、四角形ABCDの面積$S$が$S=\frac{1}{2}ab\sin\theta$となることを証明した。そのあとで、図10のように、四角形ABCDを凹四角形としても$S=\frac{1}{2}ab\sin\theta$が成り立つのではないかと生徒が予想した。図10の凹四角形ABCDにおいても生徒の予想が成り立つことを、数学Ⅰの学習内容をふまえ、証明せよ。

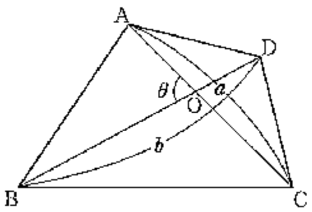

図9

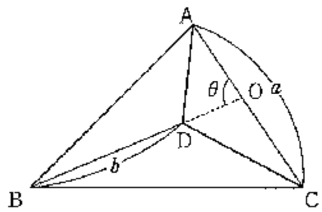

図10

問2　次の【問題】に対し、生徒が【答案】を作成した。この生徒の考え方の誤りを指摘し、生徒に示す正しい解答を記せ。

【問題】　放物線$y=x^2$と直線$y=mx+m$が異なる2点Q、Rで交わるとき、線分QRの中点Pの軌跡を求めよ。

【答案】　2点Q、Rのx座標は、2次方程式$x^2=mx+m$の異なる2つの実数解α、βである。

線分QRの中点を$\mathrm{P}(x, y)$とすると、

解と係数の関係より、$x=\frac{\alpha+\beta}{2}=\frac{m}{2}$　…①

Pは$y=mx+m$上にあるから、$y=mx+m=\frac{1}{2}m^2+m$　…②

①、②からmを消去して、$y=2x^2+2x$

よって、点Pの軌跡は、放物線$y=2x^2+2x$である。

数　学	5／5枚中

Ⅱ［高等学校受験者］

第3問題　△ABCがある。点Xは頂点Aを出発点とし、1秒ごとに次の【規則】で移動する。このとき、n 秒後に点XがAにある確率をP_nとし、後の問に答えよ。

【規則】
$\frac{1}{4}$の確率で左回りに隣の頂点に移動し、$\frac{1}{4}$の確率で右回りに隣の頂点に移動し、$\frac{1}{2}$の確率で移動しないものとする。

問1　P_1を求めよ。また、P_{n+1}をP_nを用いて表せ。

問2　数列$\{P_n\}$の極限値を求めよ。

第4問題　$x>0$で定義された関数$f(x)=x\log x$について、次の問に答えよ。ただし、eは自然対数の底とし、$\lim_{x\to+\infty} xe^{-x}=0$は証明なしに用いてもよい。

問1　曲線$y=f(x)$の概形をかけ。

問2　$x\geqq a$（$0<a<1$）において、曲線$y=f(x)$とx軸、および直線$x=a$で囲まれる部分の面積を$S(a)$とする。$\lim_{a\to+0} S(a)$を求めよ。