

令和7年度 公立学校教員採用候補者選考試験問題

数 学

1 / 8 枚中

注意 答はすべて解答用紙の解答欄に記入すること。
第2問題以降は解法の過程も書くこと。

第1問題 次の問に答えよ。

問1 次の値を求めよ。

$$7503 \times 7497 + 2 \times 7501^2 - 3 \times 7499 \times 7502$$

問2 1、2、3の番号が1つずつ書かれているカードが2枚ずつ、合計6枚のカードがある。これらのカードから無作為に3枚のカードを選んだとき、1、2、3の番号のカードが1枚ずつ選ばれる確率を求めよ。

問3 5%の食塩水と8%の食塩水を混ぜて7%の食塩水を1200g作るには、5%の食塩水と8%の食塩水を何gずつ混ぜればよいか求めよ。

問4 $\triangle ABC$ において、次の等式が成り立つとき、 $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ のうち最大の角の余弦の値を求めよ。

$$\sin A : \sin B : \sin C = 4 : 5 : 6$$

問5 図1のように、 xy 座標平面上に2点 $O(0, 0)$ 、 $A(3, -1)$ と、第1象限内に点 P があり、 $\angle POA = 60^\circ$ 、 $\angle OAP = 90^\circ$ であるとき、点 P の座標を求めよ。

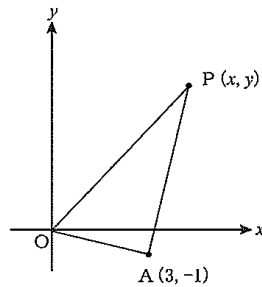


図1

問6 図2のように、円周上に3点 A 、 B 、 C を $\angle BAC = 70^\circ$ となるようにとる。また、 \widehat{BC} 上に点 D を、 \widehat{AC} 上に $\widehat{AE} = \widehat{EC}$ となるように点 E を、 \widehat{AB} 上に $\widehat{AF} = \widehat{FB}$ となるように点 F をとる。 $\angle EDF = x^\circ$ とするとき、 x の値を求めよ。

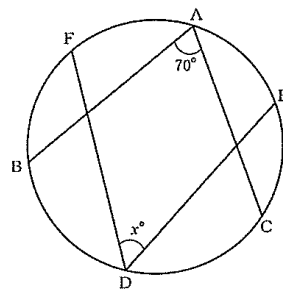


図2

次の第2問題、第3問題、第4問題は受験校種別の問題である。
 ・中学校・特別支援学校受験者はⅠ [中学校・特別支援学校受験者] を解答すること。
 ・高等学校受験者はⅡ [高等学校受験者] を解答すること。

Ⅰ [中学校・特別支援学校受験者]

第2問題 次の問に答えよ。

問1 中学校では、平行線の性質や平行線になるための条件として、次の①、②の二つの事柄を証明の根拠としている。

「平行な2直線に他の直線が交わったときにできる同位角は等しい。」… ①

「2直線に他の直線が交わってできる同位角が等しければ、この2直線は平行である。」… ②

これらの二つの事柄に加えて、

「対頂角は等しい。」… ③

という③の事柄を根拠として、次の④、⑤の事柄の証明を記せ。

「平行な2直線に他の直線が交わったときにできる錯角は等しい。」… ④

「2直線に他の直線が交わってできる錯角が等しければ、この2直線は平行である。」… ⑤

また、①～⑤を根拠として、次の⑥の事柄の証明を記せ。

「平行四辺形は、2組の向かい合う角の大きさが等しい。」… ⑥

問2 太郎さん、花子さん、良子さんのクラスでは、箱ひげ図の読み取り方の授業があった。そのときに先生は、A高校の生徒20人とB高校の生徒20人に対する通学時間の聞き取り調査の結果を高校ごとに図3の箱ひげ図を用いて紹介した。聞き取り調査では、通学時間を分単位で聞きとり、データはすべて整数値であるという。

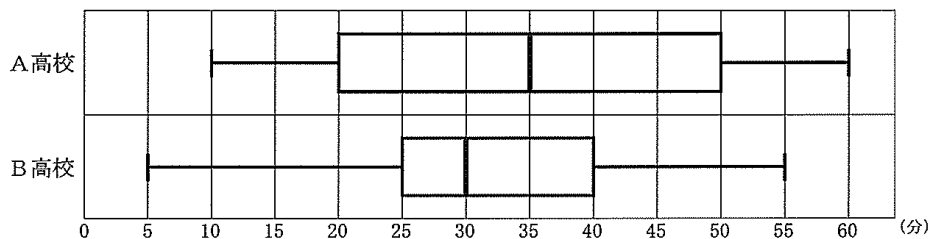


図3

先生は、「この箱ひげ図を見てわかることを発表して下さい。」という発問をした。

太郎さんは、

「A高校で通学時間が20分以上50分以下の生徒の人数は、B高校で通学時間が25分以上40分以下の人数の約2倍である。」と発言した。

花さんは、

「A高校で通学時間が10分以上35分以下の人数と、B高校で通学時間が5分以上30分以下の人数は、どちらも100人である。」と発言した。

良子さんは、

「A高校の通学時間の中央値が35分なので、A高校の中に35分と申告した生徒が少なくとも1人はいる。」と発言した。

この3人の発言は正しいとはいえない。その理由をそれぞれ記せ。

I [中学校・特別支援学校受験者]

第3問題 次の問に答えよ。

問1 xy 座標平面上の関数 $y = \frac{3}{4}x^2$ のグラフと、点 $A(-4, 0)$ を通る傾きが正の直線 l が、図4のように異なる2点 B, C で交わっている。 $\triangle ABO$ と $\triangle BCO$ の面積比が $1 : 3$ であるとき、直線 l の式を求めよ。

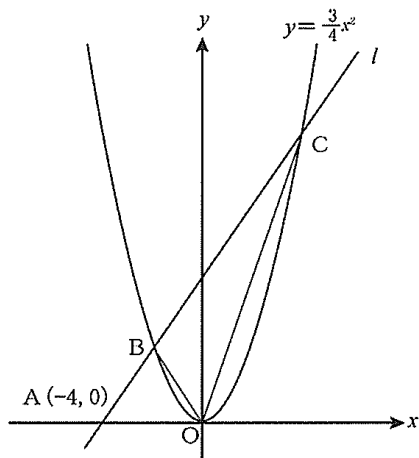


図4

問2 1辺の長さが6の正方形 $OABC$ の紙があり、この正方形の紙を、図5のように、 xy 座標平面上に辺 OA が x 軸と、辺 OC が y 軸と重なるように置く。正方形の辺 BC 上に点 D を $CD : DB = 1 : 2$ となるようにとり、正方形 $OABC$ の頂点 O が点 D と重なるように線分 EF を折り目として折る。頂点 A に対応する点を G とするとき、四角形 $DEFG$ の面積を求めよ。

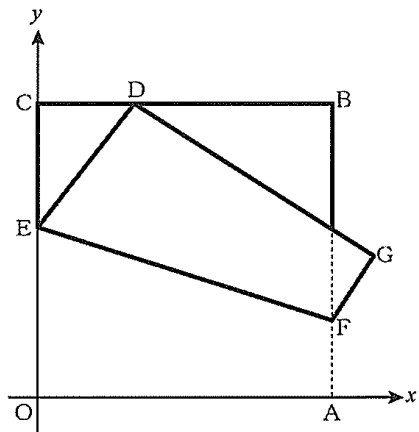


図5

I [中学校・特別支援学校受験者]

第4問題 次の問に答えよ。

問1 図6のように、 $AB = 6\sqrt{2}$ cm、 $BC = 8$ cm、 $\angle ABC = 45^\circ$ の $\triangle ABC$ があり、頂点Aから辺BCに垂線AD、頂点Bから辺CAに垂線BEを引き、ADとBEとの交点をFとする。このとき、 $\triangle FBD$ と $\triangle FAE$ の面積比を最も簡単な整数で記せ。

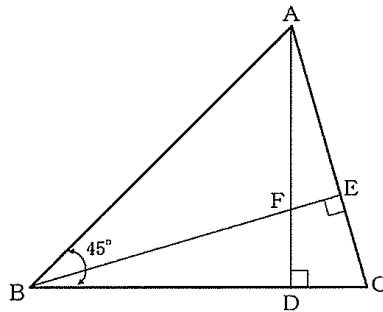


図6

問2 図7のように、円周上に3点A、B、Cを $AB = 6$ cm、 $AC = 4$ cm、 $\angle BAC = 60^\circ$ となるようにとり、 $\angle BAC$ の二等分線と円との交点で点Aではない方をDとすると、中学校の学習指導要領の範囲内で四角形ABDCの面積を求めよ。

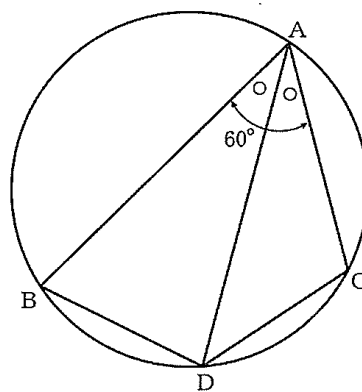


図7

II [高等学校受験者]

第2問題 次の問に答えよ。

問1 太郎さんが授業で学習した2次不等式について教科書を使って復習しているときに、教科書の練習問題で、2次不等式 $x^2 - 6x + 9 > 0 \cdots (\star)$ を、以下のように解いた。

<太郎さんの解答>

$$\begin{aligned}x^2 - 6x + 9 &> 0 \\(x - 3)^2 &> 0 \\x - 3 &> 0 \\x &> 3\end{aligned}$$

解いたのちに教科書の説明を読むと、以下のように書いてあった。

2次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ について、 $D = b^2 - 4ac$ とする。
 $a > 0$ 、 $D = b^2 - 4ac = 0$ のとき
 $ax^2 + bx + c = 0$ の重解を a とすると、 $ax^2 + bx + c > 0$ の解は、 a 以外のすべての実数

2次方程式 $x^2 - 6x + 9 = 0$ は、 $a > 0$ 、 $D = (-6)^2 - 4 \times 1 \times 9 = 0$ となり、解は $x = 3$ である。教科書の説明に従うと、 (\star) の解は、「3 以外のすべての実数」となるが、太郎さんは、「3 以外のすべての実数」となる理由を理解するのが難しかったため、あなたのところに質問に来た。

2次不等式 (\star) の解が「3 以外のすべての実数」であることを太郎さんが理解できるためには、その場でどのような指導をすれば効果的か記せ。

II [高等学校受験者]

問2 「不等式の証明」の授業で、次の問題に取り組んだ。

【問題】

$a > 0$ 、 $b > 0$ のとき、 $(a + b)\left(\frac{4}{a} + \frac{9}{b}\right)$ の最小値を求めよ。

この【問題】に対する太郎さんの解答は、以下の通りであった。

【太郎さんの解答】

$a > 0$ 、 $b > 0$ から、 $\frac{4}{a} > 0$ 、 $\frac{9}{b} > 0$ であり、

相加平均と相乗平均の大小関係により

$$a + b \geq 2\sqrt{ab} \quad \dots \textcircled{1}$$

$$\frac{4}{a} + \frac{9}{b} \geq 2\sqrt{\frac{36}{ab}} = \frac{12}{\sqrt{ab}} \quad \dots \textcircled{2}$$

よって、①、②より

$$(a + b)\left(\frac{4}{a} + \frac{9}{b}\right) \geq 2\sqrt{ab} \times \frac{12}{\sqrt{ab}} = 24$$

したがって、最小値 24

太郎さんの解答が誤りである理由を述べ、また、正しい解答を記せ。

II [高等学校受験者]

第3問題 次の問に答えよ。

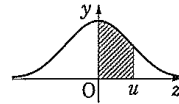
問1 1回の試行につき事象Aが起こる確率が p である試行を3回繰り返すとき、事象Aが起こる回数を確率変数 X とすると、 X は二項分布 $B(3, p)$ に従う。確率変数 X の平均 $E(X)$ 、分散 $V(X)$ が、 $E(X) = 3p$ 、 $V(X) = 3p(1-p)$ であることを証明せよ。

問2 ある1個のサイコロを162回投げたところ、3の倍数の目が69回出た。このサイコロは、3の倍数の目が出る確率が $\frac{1}{3}$ であるといえるか、有意水準5%で検定せよ。なお、この問題を解答するにあたっては、必要に応じて次の表1を用いてもよい。

表1

正 規 分 布 表

$u \rightarrow P(0 \leq Z \leq u)$



u	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.0	.0000	.0040	.0080	.0120	.0160	.0199	.0239	.0279	.0319	.0359
0.1	.0398	.0438	.0478	.0517	.0557	.0596	.0636	.0675	.0714	.0753
0.2	.0793	.0832	.0871	.0910	.0948	.0987	.1026	.1064	.1103	.1141
0.3	.1179	.1217	.1255	.1293	.1331	.1368	.1406	.1443	.1480	.1517
0.4	.1554	.1591	.1628	.1664	.1700	.1736	.1772	.1808	.1844	.1879
0.5	.1915	.1950	.1985	.2019	.2054	.2088	.2123	.2157	.2190	.2224
0.6	.2257	.2291	.2324	.2357	.2389	.2422	.2454	.2486	.2517	.2549
0.7	.2580	.2611	.2642	.2673	.2704	.2734	.2764	.2794	.2823	.2852
0.8	.2881	.2910	.2939	.2967	.2995	.3023	.3051	.3078	.3106	.3133
0.9	.3159	.3186	.3212	.3238	.3264	.3289	.3315	.3340	.3365	.3389
1.0	.3413	.3438	.3461	.3485	.3508	.3531	.3554	.3577	.3599	.3621
1.1	.3643	.3665	.3686	.3708	.3729	.3749	.3770	.3790	.3810	.3830
1.2	.3849	.3869	.3888	.3907	.3925	.3944	.3962	.3980	.3997	.4015
1.3	.4032	.4049	.4066	.4082	.4099	.4115	.4131	.4147	.4162	.4177
1.4	.4192	.4207	.4222	.4236	.4251	.4265	.4279	.4292	.4306	.4319
1.5	.4332	.4345	.4357	.4370	.4382	.4394	.4406	.4418	.4429	.4441
1.6	.4452	.4463	.4474	.4484	.4495	.4505	.4515	.4525	.4535	.4545
1.7	.4554	.4564	.4573	.4582	.4591	.4599	.4608	.4616	.4625	.4633
1.8	.4641	.4649	.4656	.4664	.4671	.4678	.4686	.4693	.4699	.4706
1.9	.4713	.4719	.4726	.4732	.4738	.4744	.4750	.4756	.4761	.4767
2.0	.4772	.4778	.4783	.4788	.4793	.4798	.4803	.4808	.4812	.4817
2.1	.4821	.4826	.4830	.4834	.4838	.4842	.4846	.4850	.4854	.4857
2.2	.4861	.4864	.4868	.4871	.4875	.4878	.4881	.4884	.4887	.4890
2.3	.4893	.4896	.4898	.4901	.4904	.4906	.4909	.4911	.4913	.4916
2.4	.4918	.4920	.4922	.4925	.4927	.4929	.4931	.4932	.4934	.4936
2.5	.49379	.49396	.49413	.49430	.49446	.49461	.49477	.49492	.49506	.49520
2.6	.49534	.49547	.49560	.49573	.49585	.49598	.49609	.49621	.49632	.49643
2.7	.49653	.49664	.49674	.49683	.49693	.49702	.49711	.49720	.49728	.49736
2.8	.49744	.49752	.49760	.49767	.49774	.49781	.49788	.49795	.49801	.49807
2.9	.49813	.49819	.49825	.49831	.49836	.49841	.49846	.49851	.49856	.49861
3.0	.49865	.49869	.49874	.49878	.49882	.49886	.49889	.49893	.49897	.49900
3.1	.49903	.49906	.49910	.49913	.49916	.49918	.49921	.49924	.49926	.49929
3.2	.49931	.49934	.49936	.49938	.49940	.49942	.49944	.49946	.49948	.49950
3.3	.49952	.49953	.49955	.49957	.49958	.49960	.49961	.49962	.49964	.49965
3.4	.49966	.49968	.49969	.49970	.49971	.49972	.49973	.49974	.49975	.49976
3.5	.49977	.49978	.49978	.49979	.49980	.49981	.49981	.49982	.49983	.49983
3.6	.49984	.49985	.49985	.49986	.49986	.49987	.49987	.49988	.49988	.49989
3.7	.49989	.49990	.49990	.49990	.49991	.49991	.49992	.49992	.49992	.49992
3.8	.49993	.49993	.49993	.49994	.49994	.49994	.49994	.49995	.49995	.49995
3.9	.49995	.49995	.49996	.49996	.49996	.49996	.49996	.49997	.49997	.49997

注 この表では、0.0000の一の位の0は省略して表記している。

II [高等学校受験者]

第4問題 次の問に答えよ。

問1 次の関数の増減を調べ、極値とそのときの x の値を求めよ。

$$y = \sin^2 x \cos 2x \quad (0 < x < \pi)$$

問2 xy 座標平面上で、曲線 $y = x(2 - x)e^{-x}$ と x 軸によって囲まれた部分の面積を求めよ。